Ce fichier n'est qu'une nomenclature des différentes isométries du plan et de l'espace en tenant compte de tous les cas pariculiers.

Rappelons qu'une isométrie est dite directe ou encore déplacement si elle conserve l'orientation des angles et anti-déplacement si elle inverse l'orientation des angles. Ceci est équivalent à étudier le signe du déterminant de l'application linéaire associée, déterminant qui doit valoir 1 ou -1 (transformation orthogonale)

Rappellons aussi un résultat de géométrie affine : Si f est une application affine d'un espace Euclidien dans lui-même de dimension finie alors

1) Si l'ensemble des points fixes n'est pas vide alors on a un sous-espace affine de direction $Ker(\overrightarrow{f} - Id)$ et

2) Si 1 n'est pas valeur propre de $\overrightarrow{f}$ alors f a un unique point fixe.

Dans **le plan euclidien P** , les isoméries sont :

1. **Les déplacements**

(a) L'identité, de partie linéaire l'idendité,

(b) Les translations, de partie linéaire l'idendité sans point fixe.

(c) Les symétries par rapport à un point, de partie linéaire -l'idendité, de point fixe le centre de symétrie.

(d) Les rotations de centre un point et d'angle $\neq \pi$, de partie linéaire la rotation vectorielle de même angle, de point fixe le centre de rotation.

2. **Les anti-déplacements**

(a) Les symétries orthogonales par rapport à une droite de partie linéaire la symétrie vectorielle par rapport à la direction de l'axe de symétrie, de points fixes l'axe de symétrie.

(b) Les symétries glissées orthogonales par rapport à une droite, donc de la forme $t_{\overrightarrow{u}} \circ s_\Delta$ avec $\overrightarrow{u} \in \overrightarrow{\Delta}$ et $\overrightarrow{u} \neq 0$ de partie linéaire la symétrie vectorielle par rapport à $\overrightarrow{\Delta}$.

Dans **L'espace Euclidien E de dimension 3** , les isoméries sont :

1) **Les déplacements :**

(a) L'identité, de partie linéaire l'idendité.

(b) Les translations de partie linéaire l'idendité donc sans points fixes.

(c) Les symétries orthogonales par rapport à une droite qui ont donc une droite de points fixes

(d) Les symétries glissées orthogonales par rapport à une droite donc les composés $t_{\overrightarrow{u}} \circ s_\Delta$ où $t_{\overrightarrow{u}}$ est une translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ non nul et donc sans point fixe.

(e) Les rotations d'axe une droite Δ qui ont donc une droite de points fixes.

(f) Les vissages soit les composés $t_{\overrightarrow{u}} \circ r_{\Delta,\alpha}$ avec $\overrightarrow{u} \in \overrightarrow{\Delta}$ et $\overrightarrow{u} \neq 0, \alpha \neq \pi$ qui ont pour partie linéaire la rotation vectorielle d'axe $\overrightarrow{\Delta}$ et d'angle α.

Bien sur on peut résumer en disant que les déplacements sont les vissages sans imposer de conditions sur le vecteur de translation et l'angle de rotation

2) **Les anti-déplacements**

(a) Les symétries par rapport à un point

(b) Les symétries par rapport à un plan donc un plan de points fixes

(c) Les symétries glissées donc les composées $t_{\overrightarrow{u}} \circ s_P$ avec $\overrightarrow{u} \neq 0$ et $\overrightarrow{u} \in \overrightarrow{P}$ .L'application linéaire asssociée est une symétrie vectorielle par rapport à $\overrightarrow{P}$. Donc aucun point fixe.

(d) Les rotations-symétries $s_P \circ r_{\Delta,\alpha}$ où P est un plan perpendiculaire à l'axe de la rotation. On a donc un point fixe.